

**Arbeitsblatt 3:****Die Amplitude der Gravitationswellen**

Gravitationswellen haben die Eigenschaft, Gegenstände senkrecht zur Ausbreitungsrichtung abwechselnd zu dehnen und zu strecken. Genau diese Längenänderungen sollen mithilfe der riesigen Laser-Interferometer nachgewiesen werden. Obwohl die Energiemengen, die bei der nahen, gegenseitigen Umkreisung zweier Schwarzer Löcher durch Gravitationswellen abgestrahlt werden, gigantisch sind, kommt davon auf der Erde nur ein verschwindend kleiner Teil an.

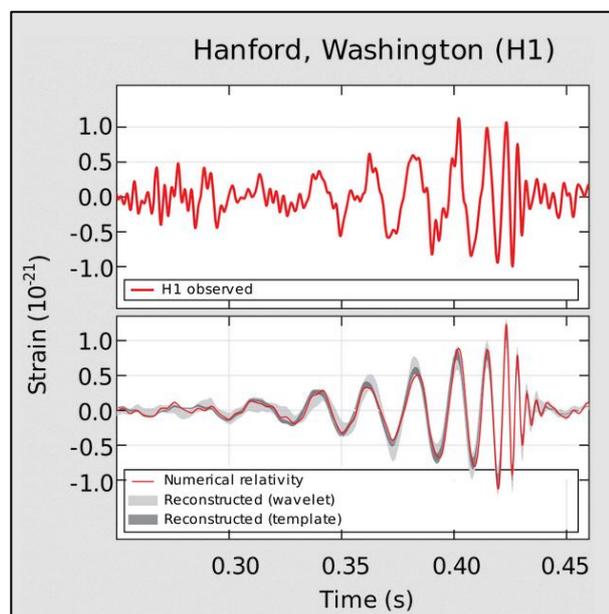
Sie sollen im Folgenden ausrechnen, in welcher Größenordnung die zu erwartende Längenänderung, also die Amplitude des Gravitationswellenereignis GW140915 liegt. Leider hilft uns die klassische Physik hierbei nicht weiter und Sie müssen auf eine Formel zurückgreifen, die aus der Allgemeinen Relativitätstheorie stammt. Wir gehen davon aus, dass die beiden Massen gleich groß sind und sich in Kreisen umeinander bewegen.

$$\text{Dann gilt für die Amplitude } h \text{ (Strain)} \quad h = \frac{5,255 \cdot 10^{-17} \cdot (f_{\text{GW}})^{\frac{2}{3}} \cdot (M)^{\frac{5}{3}}}{\text{Entfernung(LJ)}}.$$

Dabei werden die Frequenz  $f_{\text{GW}}$  der Gravitationswelle in Hertz, die Gesamtmasse  $M$  in Sonnenmassen und die Entfernung von der Erde in Lichtjahren eingetragen. Da die Amplitude als relative Längenänderung  $\Delta L / L$  verstanden wird, ist  $h$  eine Größe ohne Maßeinheit.

Betrachten Sie im Diagramm den Zeitabschnitt von 0,35 bis 0,4 Sekunden. Die Frequenz der Gravitationswelle beträgt dort im Mittel etwa 50 Hertz. Die Gesamtmasse des Systems setzen wir mit  $M=65$  Sonnenmassen an und die Entfernung des Systems von der Erde wird mit etwa 1,3 Milliarden Lichtjahren angegeben.

- Berechnen Sie mithilfe dieser Werte die Amplitude der Gravitationswelle, wenn Sie auf die Erde trifft.
- Vergleichen Sie Ihren Wert mit dem Ergebnis, das von den Detektoren der Laserinterferometer aufgezeichnet wurde. Sie sollten einen Wert erhalten haben, der etwas über  $h = 0,5 \cdot 10^{-21}$  liegt.



Bildquelle: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO\\_measurement\\_of\\_gravitational\\_waves.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO_measurement_of_gravitational_waves.svg)

- c) Die Amplitude  $h$  beschreibt die relative Längenänderung eines Gegenstandes, wenn er von Gravitationswellen durchströmt wird.

Es gilt:  $h = \frac{\Delta L}{L}$  .

Die Interferometerarme der Anlagen in Hanford und Livingston besitzen eine Länge von 4000 Metern. Berechnen Sie die Längenänderung  $\Delta L$  und vergleichen Sie mit dem Durchmesser eines Protons ( $d_{\text{Proton}} \approx 0,9 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ ).

Machen Sie sich klar, vor welcher Herausforderung die Wissenschaftler stehen, um Gravitationswellen nachzuweisen.